

**UN MODELO DE ESTUDIO PARA DEFINIR NIVELES DE  
CONFIABILIDAD EN UNA LÍNEA DE PRODUCCION.**

**FERNANDO ESPINOSA FUENTES**

**2.1. INTRODUCCION.** Un sistema productivo incluye un conjunto de máquinas ejecutando diferentes operaciones, todas ellas relacionadas entre sí por el flujo de productos en distintas etapas de elaboración. Debido a este nexo es que la detención de una de las máquinas repercute, en distintos grados, en forma negativa en todo el sistema de producción.

Cuando la tasa de producción es crítica, para cumplir con los requerimientos del demandante de los servicios o bien para responder a necesidades estacionales, estudiar la alternativa de invertir en mejoras del equipo o de la línea de producción para aumentar la confiabilidad del sistema productivo pasa a ser un tema relevante para el tomador de decisiones.

El modelo que se plantea entrega un procedimiento para el estudio, análisis y simulación de diferentes alternativas de arquitectura de los equipos y del layout de la planta, que faciliten la toma de decisiones sobre la introducción de mejoramientos en la máquina y/o línea, basado en la relación beneficio-costo

**2.2. CONFIABILIDAD.** Se define la **confiabilidad** de un equipo o ítem como la probabilidad de que funcione dentro de límites dados al menos durante un período determinado en condiciones ambientales específicas. En general, se supone que, salvo si se efectúa una reparación o un reemplazo, el desempeño o funcionamiento adecuado en el tiempo  $t$  implica un buen funcionamiento durante el intervalo.

**2.2.1 Función estructural de un sistema.** Un sistema se puede dividir en  $n$  componentes (subsistemas). El desempeño de cada componente se puede denotar por una variable aleatoria,  $X_i=1$  si el componente funciona satisfactoriamente durante el tiempo deseado, y  $X_i=0$  si el componente falla durante este tiempo. En general, entonces,  $X_i$  es una variable aleatoria binaria definida por :

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si el funcionamiento del componente es satisfactorio durante el intervalo } [0, t] \\ 0 & \text{si el componente falla durante el intervalo } [0, t]. \end{cases}$$

La función de estructura de un sistema que contiene  $n$  componentes es una variable aleatoria binaria que toma el valor 0 ó 1. Más aún, la confiabilidad ( $R$ ) de este sistema se puede expresar como:

$$R = P\{\phi(X_1, X_2, \dots, X_n) = 1\} \quad (2.1)$$

A menos que se especifique lo contrario, se supondrá que los funcionamientos de los componentes son independientes. Por tanto, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria binaria  $X_i$  se puede definir como:

$$P\{X_i = 1\} = p_i \quad (2.2)$$

$$P\{X_i = 0\} = 1 - p_i$$

Entonces, para sistemas cuyas componentes son independientes, la confiabilidad se convierte en una función de  $p$ ; es decir:

$$R = R(p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (2.3)$$

**2.3. ANALISIS DE MODOS DE FALLAS.** El análisis de los modos de falla es un proceso inductivo, donde el principio fundamental es analizar para cada componente las consecuencias de los errores que pueden allí producirse, de forma de identificar de manera sistemática el conjunto de modos de fallas de ese componente, así como las consecuencias de esas fallas a nivel del sistema.

Construyendo un diagrama de bloques funcional de la operación del equipo, se le agregan las interacciones e interdependencias de las entidades funcionales en detalle y se indican todas las interfaces del sistema. Para este efecto, es útil emplear la metodología del análisis del árbol de falla.

Este análisis generalmente se apoya en la estructura funcional del sistema, lo que permite desprender las eventuales debilidades de la arquitectura o diseño frente a la seguridad (en el sentido de la inocuidad). Puede ser utilizado en todos los niveles del diseño o descomposición del equipo en estudio, pero es recomendable aplicarlo durante toda la vida operacional, para tener en cuenta los cambios realizados en la estructura operacional del equipo, a fin de minimizar los costos de todas estas modificaciones.

Las causas o fuentes de fallas, se identifican a partir del estudio de:

- **Las restricciones:** cómo influyen en el comportamiento del subsistema las restricciones impuestas al funcionamiento, en especial lo relacionado con los flujos de entrada y salida, y que pueden generar fallas a causa de incompatibilidades.
- **Los dispositivos:** cómo influye la idoneidad del dispositivo con respecto a la función que debe cumplir, tomando en cuenta la calidad, oportunidad y seguridad de éstos.
- **Las características del entorno:** cómo influye el medio ambiente sobre la vida útil del dispositivo y los posibles errores en el manejo del dispositivo.

Estas fuentes, por separado o en conjunto, generan efectos al nivel de funciones y de prestaciones, los cuales deben explicitarse con el fin de proveer las facilidades correspondientes,

para minimizar sus efectos en un marco de optimización de los recursos. El bloque de construcción básico del AMF es el mostrado en la figura 2.1.

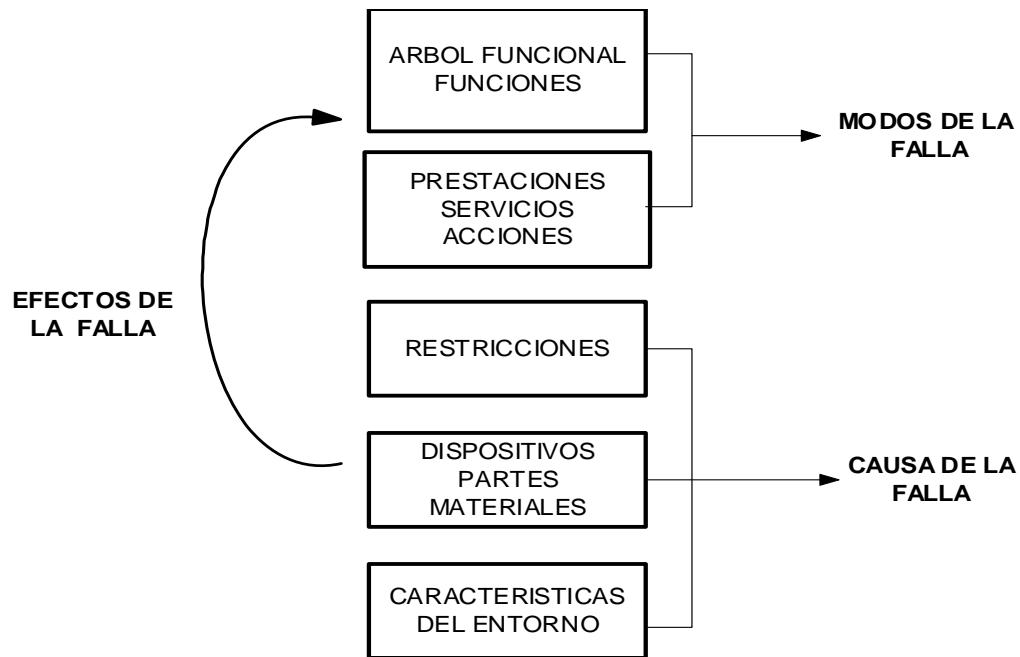


Fig. 2.1: Bloque básico para el análisis de los modos de falla y criticidad.

El AMF se confecciona a partir de las diferentes funciones a satisfacer. Los modos de fallas se analizan y se ponen en evidencia en la investigación de los eventos que pueden conducir a la ausencia, la pérdida, la degradación o la declinación intempestiva de la función considerada .

El principio general de la aplicación de la metodología del AMF consiste, después de realizar un recuento de los diversos modos de fallas sobre la base de la descripción funcional o estructural del sistema, para un elemento en particular y para el conjunto en su totalidad, en detallar en un cuadro para cada modo de falla de cada componente :

- Sus causas posibles.
- Su efecto: el cual puede actuar simplemente sobre el comportamiento del componente (efecto local) o propagarse hasta otro nivel (efecto grado n).
- Los medios de detección usados.
- Las acciones correctoras que se ponen en marcha, en particular cuando se presenta la falla de un modo catastrófico.
- La criticidad del modo de falla: este aspecto está relacionado con el análisis de criticidad. Cuando se realiza en conjunto con el análisis de falla, a este método se le denomina AMFYC (análisis de los modos de falla y su criticidad).

Cuando se itera la aplicación del método sobre un sub-sistema, se puede revelar la omisión de ciertos modos de falla del componente que forma parte. En efecto, los modos de falla del componente de nivel superior aparecen ahora como una combinación de los modos de falla de los subsistemas. En particular, los modos de falla de los subsistemas que tienen efectos globales deben necesariamente corresponder a los modos de falla de los componentes de nivel superior.

Los antecedentes resultantes de AMF son útiles para el diseño, en la guía de ciertas selecciones y para permitir la detección (y modificación) de todas las posibles lagunas del diseño. Además, este análisis permite, en cierta forma, validar la confiabilidad requerida del equipo, ya que identifica los puntos críticos que deben ser verificados más a menudo y así mantener su funcionamiento continuo. Para el desarrollo normal del mantenimiento, entrega pautas de trabajo ya que asocia una causa a un modo normal de falla del componente.

El método de falla se inicia en el nivel superior seleccionado y se debe proceder a través de los distintos niveles inferiores, hasta llegar al detalle planteado como subsistema terminal. La evaluación de las interdependencias se realiza a partir del nivel inferior, el más desagregado, y se va subiendo en el orden jerárquico aglutinando subsistemas hasta llegar al primer nivel, o sea el equipo en su totalidad. El esquema generado se muestra en la figura 2.2.

El nivel de detalle con que se desarrolla este análisis es influenciado por la experiencia previa. Un nivel bajo de detalles se puede justificar para un subsistema que tiene un buen registro de confiabilidad. Al contrario, un alto nivel de detalle es recomendable para un subsistema que tiene un historial de confiabilidad cuestionable o para un diseño que aún no ha sido probado.

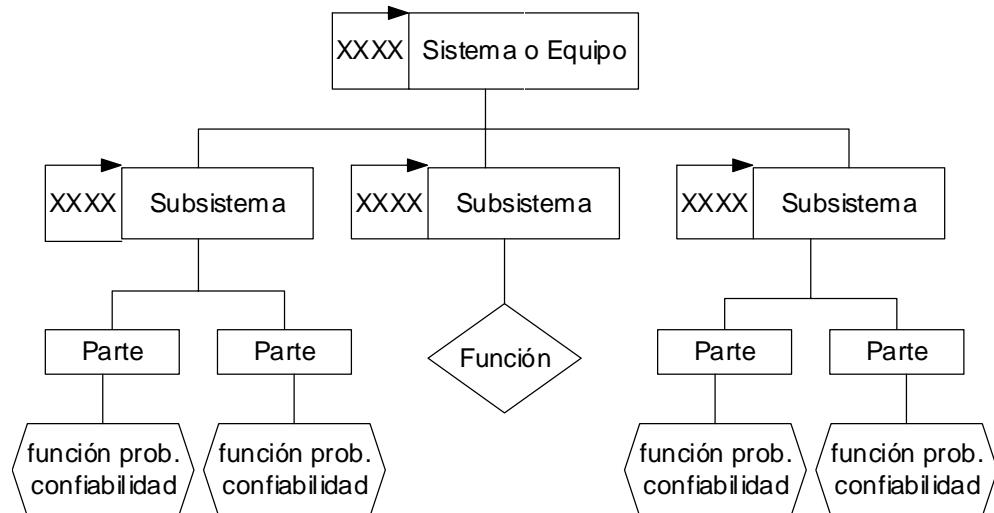


Fig. 2.2: Diagrama de jerarquización de los subsistemas y sus relaciones de falla.

La simbología de los elementos mostrados en el árbol tiene el siguiente significado (ver figura 2.3):

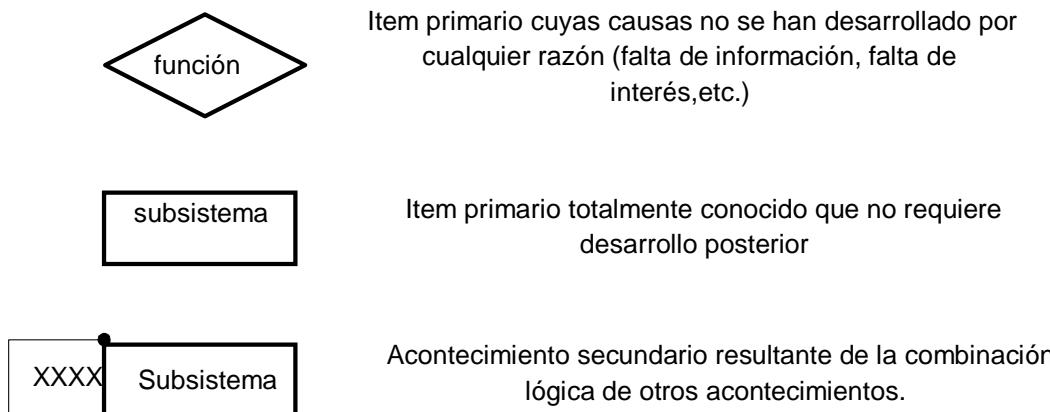


Fig. 2.3: Simbología usada en el diagrama de jerarquización.

Para un ítem que ejecuta una función crítica, es necesario tener un nivel más profundo de detalles. Estos datos deben estar contenidos en el sistema de información que apoya este desarrollo. Al contrario, un nivel menor de detalle puede ser indicado para un ítem auxiliar, el cual no influye de forma significativa en el desempeño del sistema.

**2.3.1 Interrelaciones de los Subsistemas.** La meta del diseño del sistema es valorar la confiabilidad del equipo, o sea la probabilidad de que el sistema ejecute las funciones especificadas, en un nivel aceptable bajo condiciones dadas para un período específico de tiempo. El sistema de información debe recoger esta característica y proveer una base de datos necesaria para caracterizar la distribución de probabilidades, la interrelación entre los subsistemas y los antecedentes para el mejoramiento de la confiabilidad del equipo.

La interrelación entre los subsistemas se puede especificar mediante la convención de símbolos especificada en la tabla 2.1. Tales símbolos se indican en el cuadro que identifica cada subsistema (la marca XXXX en la figura 2.2.) El análisis realizado en esta parte del procedimiento puede agregar nuevas partes componentes a las ya definidas, dependiendo del grado de sofisticación que el analista desee obtener.

**Tabla 2.1: Símbolos para especificar interrelaciones entre subsistemas**

SIMBOLO	SIGNIFICADO
AND	La falla ocurre si todos los subsistemas y/o partes que concurren a él fallan simultáneamente.
OR	La falla ocurre si alguno de los subsistemas y/o partes concurrentes a este subsistema falla.
KOFN	La falla del subsistema ocurre si k de los n elementos concurrentes a él fallan.

### Confiabilidad de sistemas relacionados según “OR”.

La función de estructura de un sistema que contiene  $n$  componentes es una variable aleatoria binaria que toma el valor 0 ó 1. Más aún, la confiabilidad de este sistema se puede expresar como :

$$R = P\{\phi(X_1, X_2, \dots, X_n) = 1\} \quad (2.4)$$

Así para un sistema definido en sus interrelaciones por “OR” la confiabilidad estará dada por:

$$R = P\{X_1 X_2 X_3 \dots X_n = 1\} = P\{X_1 = 1, X_2 = 1, \dots, X_n = 1\} \quad (2.5)$$

Esto cuando se emplean los términos normales de la probabilidad condicional,

$$R = P\{X_1 = 1\} P\{X_2 = 1 | X_1 = 1\} P\{X_3 = 1 | X_1 = 1, X_2 = 1\} \dots P\{X_n = 1 | X_1 = 1, \dots, X_{n-1} = 1\} \quad (2.6)$$

Como ya se indicó, para esta estructura la confiabilidad estará dada por:

$$\begin{aligned} R(p_1, p_2, \dots, p_n) &= P\{\phi(X_1, X_2, \dots, X_n) = 1\} \\ &= P\{(X_1 X_2 \dots X_n) = 1\} \\ &= P\{X_1 = 1, X_2 = 1, \dots, X_n = 1\} \\ &= P\{X_1 = 1\} P\{X_2 = 1\} \dots P\{X_n = 1\} \\ &= p_1 p_2 \dots p_n \end{aligned} \quad (2.7)$$

### Confiabilidad de sistemas relacionados según “AND”.

La función estructural de un sistema descrito por AND es :

$$\phi(X_1, X_2, \dots, X_n) = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.8)$$

y la confiabilidad está dada por:

$$\begin{aligned} R(p_1, p_2, \dots, p_n) &= P\{\max(X_1, X_2, \dots, X_n) = 1\} \\ &= 1 - P\{\forall X_i = 0\} \\ &= 1 - P\{X_1 = 0, X_2 = 0, \dots, X_n = 0\} \\ &= 1 - (1 - p_1)(1 - p_2) \dots (1 - p_n) \end{aligned} \quad (2.9)$$

### Confiabilidad de sistemas relacionados según “KOFN”.

La función estructural de un sistema con  $k$  componentes de  $n$  es :

$$\Phi(X_1, X_2, \dots, X_n) = \begin{cases} 1, & \text{si } \sum_{i=1}^n X_i \geq k \\ 0, & \text{si } \sum_{i=1}^n X_i < k \end{cases} \quad (2.10)$$

y la confiabilidad está dada por:

$$R(p_1, p_2, \dots, p_n) = P\left\{\sum_{i=1}^n X_i \geq k\right\} \quad (2.11)$$

La evaluación de esta expresión casi siempre es bastante difícil, excepto en el caso de que  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = p$ . Con esta suposición  $\sum X_i$ , tiene una distribución binomial con parámetros n y p de manera que:

$$R(p_1, p_2, \dots, p_n) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (2.12)$$

**2.3.2 Distribuciones del tiempo de falla.** La confiabilidad de un sistema o componente a menudo depende del intervalo de tiempo que ha estado en servicio. Así, es de primordial importancia en estudios de confiabilidad la distribución del tiempo de falla; esto es, la distribución del tiempo de falla de un componente en condiciones ambientales determinadas. Una manera útil de caracterizar esta distribución consiste en recurrir a su razón de falla instantánea asociada. Con el objeto de presentar este concepto, en primer lugar se hace que  $f(t)$  represente la densidad de probabilidad del tiempo de falla de un componente dado, o sea que la probabilidad de que el componente falle entre los tiempos  $t$  y  $t + \Delta t$ , está dada por  $f(t) \cdot \Delta t$ . Entonces, la probabilidad de que el componente falle en el intervalo 0 y t está dada por

$$F(t) = \int_0^t f(x) dx \quad (2.13)$$

La función de confiabilidad que expresa la probabilidad de que dure más del tiempo t, está dada por:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (2.14)$$

Así, la probabilidad de que el componente caiga en el intervalo entre  $t$  y  $t + \Delta t$  es  $F(t + \Delta t) - F(t)$ , y la probabilidad condicional de falla durante este intervalo, dado que el componente duró más del tiempo t, se expresa mediante:

$$\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)} \quad (2.15)$$

Dividiendo entre  $\Delta t$ , se encuentra que la razón promedio de falla en el intervalo de  $t$  a  $t + \Delta t$ , dado que el componente duró más que el tiempo t, es

$$\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R(t)} \quad (2.16)$$

Tomando el límite cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ , se obtiene entonces la razón de falla instantánea o simplemente la razón de falla:

$$Z(t) = \frac{F'(t)}{R(t)} \quad (2.17)$$

donde  $F'(t)$  es la derivada de  $F(t)$  con respecto a  $t$ . Por último, como  $f(t) = F'(t)$  se obtiene la relación:

$$Z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad (2.18)$$

que expresa la **razón de falla** (llamada también tasa de fallas) en términos de la distribución del tiempo de falla.

Una curva para la razón de falla que caracteriza a una gran variedad de equipos electromecánicos, es la que se muestra en la figura 2.4:

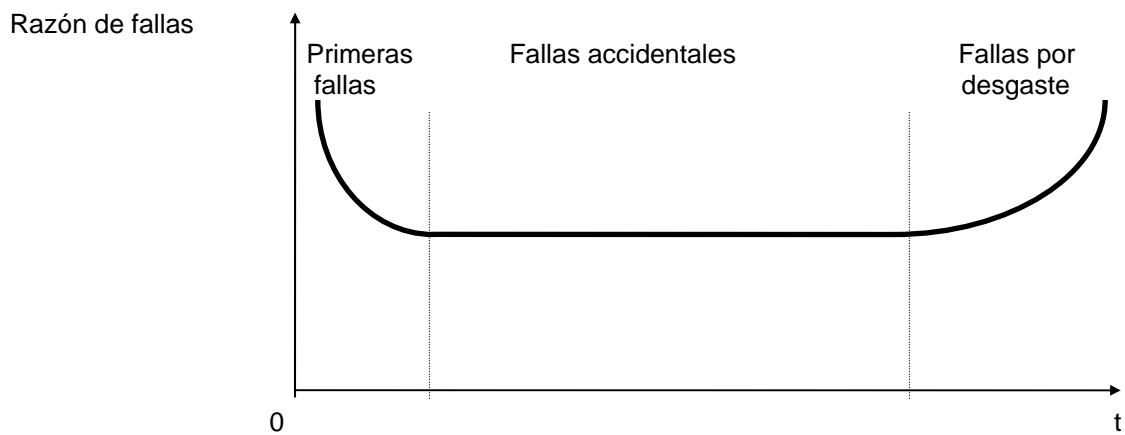


Fig. 2.4. Curva típica de la tasa de fallas de un equipo.

La curva está dividida en tres partes. La primera se caracteriza por una razón de fallas decreciente y representa el período durante el cual los componentes de mala calidad son eliminados. La segunda parte, que a menudo se caracteriza por una razón de fallas constante, se considera el período de vida útil en que sólo ocurren fallas accidentales. La tercera parte se caracteriza por un incremento en la razón de fallas, y es el período durante el cual las fallas se deben principalmente al desgaste.

Ahora se puede entonces derivar una importante relación que expresa la densidad del tiempo de falla en términos de la función tiempo de falla. Apoyándose en el hecho de que  $R(t) = 1 - F(t)$  y, en consecuencia, que  $F'(t) = -R'(t)$ , se puede escribir:

$$Z(t) = \frac{R'(t)}{R(t)} = -\frac{d[\ln R(t)]}{dt} \quad (2.19)$$

Al resolver la ecuación diferencial para, se obtiene:

$$R(t) = e^{-\int_0^t Z(x)dx} \quad (2.20)$$

Al utilizar la relación  $f(t) = Z(t) \cdot R(t)$  se obtiene por último la **ecuación general para la distribución tiempo de falla**:

$$f(t) = Z(t) \cdot e^{-\int_0^t Z(x)dx} \quad (2.21)$$

Como se advierte en la figura 2.4, a menudo se supone que la razón de fallas es constante durante el período de vida útil del componente. Denotando esta razón de fallas constante por  $\alpha$ , con  $\alpha > 0$ , y sustituyendo  $\alpha$  por  $Z(t)$  en la fórmula para  $f(t)$ , se obtiene:

$$f(t) = \alpha \cdot e^{-\alpha t} \quad t > 0 \quad (2.22)$$

Así se tiene una **distribución de tiempo de falla exponencial** cuando puede suponerse que la razón de falla es constante. El tiempo promedio de espera entre fallas sucesivas es  $\alpha$ , o sea el recíproco de la razón de falla. De esta manera, la constante  $1/\alpha$  suele denominarse **tiempo promedio entre fallas** y se abrevia MTBF.

Hay situaciones en que la suposición de una razón de fallas constante no es realista, y muchas de ellas se supone en cambio que la función razón de fallas crece o decrece "suavemente" con el tiempo. Se supone que no hay discontinuidades o puntos críticos. Una función útil que suele usarse para aproximar tales curvas está dada por:

$$Z(t) = \alpha \beta t^{\beta-1} \quad t > 0 \quad (2.23)$$

donde  $\alpha, \beta$  son constantes positivas. Si  $\beta < 1$  la razón de falla decrece con el tiempo; si  $\beta > 1$  se incrementa con el tiempo; y si  $\beta = 1$  la razón de fallas es igual a  $\alpha$ . Nótese que la suposición de una razón de falla constante, o sea la suposición exponencial, queda incluida de esta manera como un caso especial.

Si se sustituye la expresión anterior de  $Z(t)$  en la fórmula para  $f(t)$  se obtiene:

$$f(t) = \alpha \beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t \beta} \quad t>0 \quad (2.24)$$

donde  $\alpha, \beta$  son constantes positivas. Esta función de densidad, o distribución, es la distribución de Weibull.

**Modelo exponencial de confiabilidad.** Si se hace la suposición exponencial acerca de la distribución de tiempos de falla, la relación para medir la confiabilidad de un sistema o componente en función de su tiempo de servicio  $t$ , será:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(x)dx \quad (2.25)$$

Obteniéndose:

$$R(t) = 1 - \int_0^t \alpha e^{-xt} dx = e^{-\alpha t} \quad (2.26)$$

para la función de confiabilidad del modelo exponencial. Por lo tanto, si un componente tiene una razón de falla de 0,05 por mil horas, la probabilidad de que dure al menos 10.000 horas es  $e^{-(0,05)10000} = 0,607$ .

**Modelo de Weibull en pruebas de vida.** Si bien la prueba de vida de los componentes durante el período de vida útil se basa casi siempre en el modelo exponencial, sucede también que la razón de falla de un componente no siempre es constante a lo largo del período que se está investigando. En algunos casos, el período de falla inicial puede ser tan largo que el uso de la mayor parte de los componentes se hace en él, en tanto que en otros el propósito principal de la prueba de vida puede ser determinar el tiempo de falla por desgaste y no el tiempo de falla eventual. En tales situaciones, el modelo exponencial en general no se aplica y es necesario reemplazar la razón de falla constante por una suposición más general.

Si se tienen los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  la distribución de Weibull que describe los tiempo de falla de los componentes cuando sus razones de falla crecen o decrecen con el tiempo, tiene la forma:

$$f(t) = \alpha \beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t \beta} \quad t>0, \alpha>0, \beta>0 \quad (2.27)$$

y la función de confiabilidad con la distribución de Weibull está dada por:

$$R(t) = e^{-\alpha t^\beta} \quad (2.28)$$

La razón de fallas predominante de la distribución de Weibull está dada por:

$$Z(t) = \alpha \beta t^{\beta-1} \quad (2.29)$$

La media de la distribución de Weibull con los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  puede obtenerse evaluando la integral:

$$\mu = \int_0^{\infty} t \alpha \beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t^\beta} dt \quad (2.30)$$

la cual al resolverla, entrega el tiempo promedio de falla del modelo de Weibull:

$$\mu = \alpha^{\frac{-1}{\beta}} \Gamma(1 - \frac{1}{\beta}) \quad (2.31)$$

La gama de formas que puede tomar la gráfica de una densidad de Weibull es muy amplia y depende principalmente del valor del parámetro  $\beta$ .

**2.3.3 Variación estadística y análisis de la tolerancia, usando simulación de Monte Carlo.** La confiabilidad de un diseño de ingeniería es una función de varios parámetros de diseño y variables aleatorias. La eficiencia del diseño puede ser expresada como una función de estas variables de diseño y de los parámetros. El modelo para simular el comportamiento del sistema debe ser lo suficientemente acertado para obtener resultados confiables sobre el rango de operación.

Se asume que la eficiencia del sistema  $Y$  es una función de  $n$  variable aleatorias y/o parámetros  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , por ejemplo:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Se desea determinar las propiedades de la variable aleatoria  $Y$ . Si se conoce la función densidad de probabilidad de las variables aleatorias, se podría encontrar la función densidad de probabilidad de la variable aleatoria  $Y$ , la cual puede ser complicada. En muchas situaciones de diseño, solamente los momentos de primer orden de las variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , son conocidos, y es necesario encontrar los correspondientes momentos de la variable aleatoria  $Y$ .

En el método de Monte Carlo, un gran número de réplicas del sistema es simulado por modelos matemáticos. Los valores de las variables y de los parámetros son aleatoriamente seleccionados basándose en su distribución de probabilidades. La eficiencia del sistema completo puede ser comparada con un conjunto dado de especificaciones. El alto número de valores que se obtienen de la ejecución del sistema son usados para desarrollar una distribución de frecuencias del comportamiento del sistema. En la figura 2.5 se muestra un diagrama de bloques que indica el procedimiento a seguir para los casos en que se desee obtener una curva de disponibilidad o la disponibilidad para un punto en el tiempo.

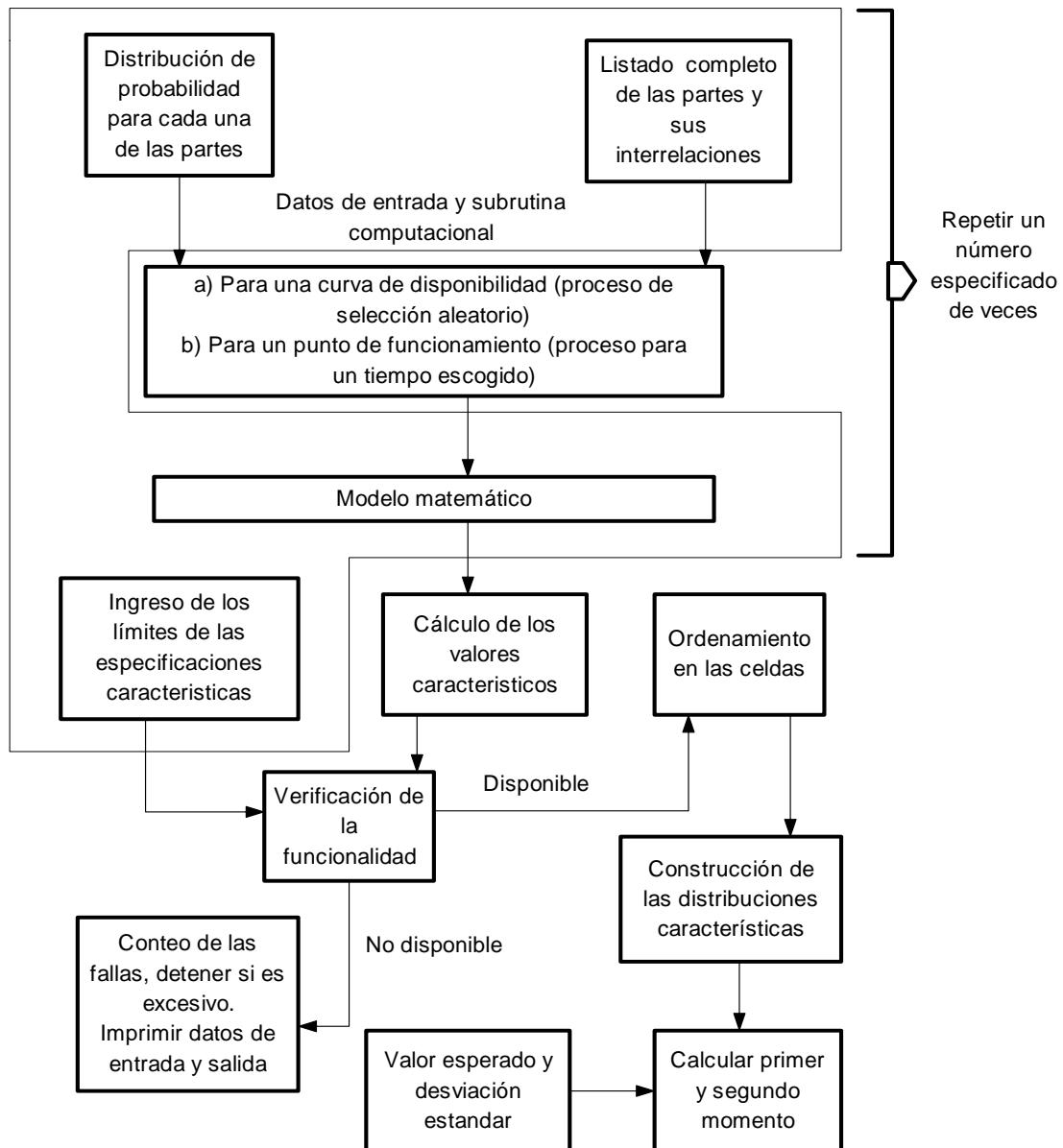


Fig. 2.5: Diagrama de pasos para obtener estados de confiabilidad.

**Confiabilidad para un determinado punto.** La confiabilidad  $R_0(t)$  denota la probabilidad de ocurrencia del evento principal para un punto dado en el tiempo. Este cálculo puede realizarse ya sea para un sólo punto o una serie de valores de tiempo solicitados. Los resultados se presentan en una lista acompañada de un gráfico de probabilidades en función del tiempo para el evento principal.

**Curva de disponibilidad.** Para simular observaciones de variables aleatorias continuas generalmente se comienza con números aleatorios y estos se relacionan con la función de interés. La mayoría de los paquetes computacionales que se comercializan cuentan con un generador

continuo y uniforme de números aleatorios. Esto es, producen aproximaciones a números aleatorios de la distribución uniforme

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en los demás puntos} \end{cases} \quad (2.32)$$

El dato que se necesita para la elaboración de la curva de disponibilidad es el valor del tiempo máximo que se desea simular y el número de iteraciones del proceso. El resultado es presentado en forma de un gráfico más el valor esperado y su desviación.

**4. CONFIABILIDAD DE LA LINEA.** Como se mencionó, la confiabilidad es la probabilidad de que un sistema esté operacional en un tiempo de interés. La confiabilidad de un sistema se calcula como la probabilidad total de los estados operacionales del sistema.

La forma de calcular la confiabilidad del sistema productivo, es similar al cálculo para un equipo aislado. Aquí se usan los datos de probabilidad obtenidos para cada equipo integrante de la línea, (ver figura 6), se traslada su distribución de probabilidades global a esta nueva distribución y se aplica la teoría de confiabilidad al conjunto de equipos.

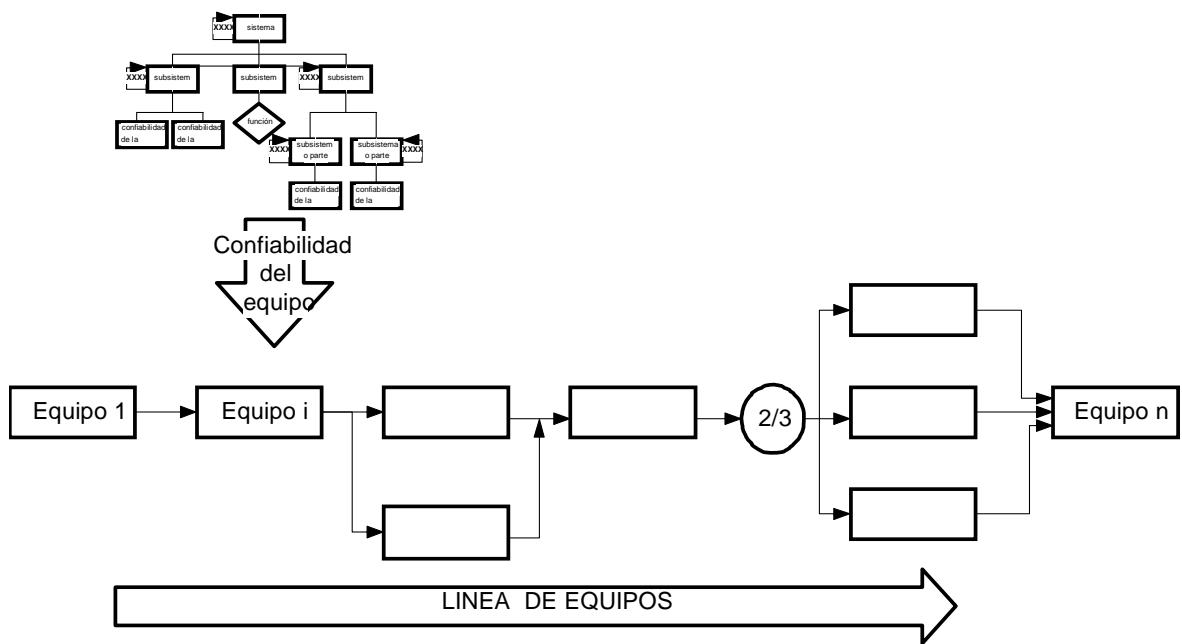


Fig.6: Diagrama para el cálculo de la confiabilidad de una línea de producción.

La medida general de la confiabilidad se obtiene como :

$$R_L(t) = \left( \prod_{i=1}^n R_i(t) \right) \quad (2.32)$$

donde  $R_L(t)$  = confiabilidad del sistema de manufactura en el tiempo t.

$R_i(t)$  = confiabilidad del equipo i en el tiempo t.

n = número total de equipos en la línea considerada.

Para el cálculo de la confiabilidad hay que modelar previamente la línea de producción, identificando la disposición de los equipos (serie, paralelos y redundantes), la relación de continuidad entre ellos y la distribución de probabilidad de la confiabilidad para cada uno de los integrantes. Para el caso de equipos que tienen "colchones de seguridad", o sea, que su tasa de producción les permite generar un excedente que se acumula en recipientes de acopio, se simula esta situación mediante un equipo ficticio en paralelo, pero con una tasa de falla con pendiente mayor.

Con todos estos antecedentes se puede simular la confiabilidad en función del tiempo. De acuerdo a los resultados, se podrá decidir dejar la línea tal como está, ya que cumple con sus objetivos, o bien intervenirla para mejorar su confiabilidad colocando equipos similares en paralelo u otros con mejor tecnología para aquellas áreas que se consideran conflictivas. Además, hay que apoyar a estas decisiones con índices de eficiencia, ya que ellos individualizan al equipo y su influencia en el comportamiento global de la línea.

**2.5. UN EJEMPLO DE APLICACIÓN.** Se tienen cinco equipos en una línea de producción y un subconjunto de ellos forma una celda de trabajo. La descomposición jerárquica mostrada en la figura 2.2 se representa en una planilla electrónica en la forma mostrada en la figura 2.7.

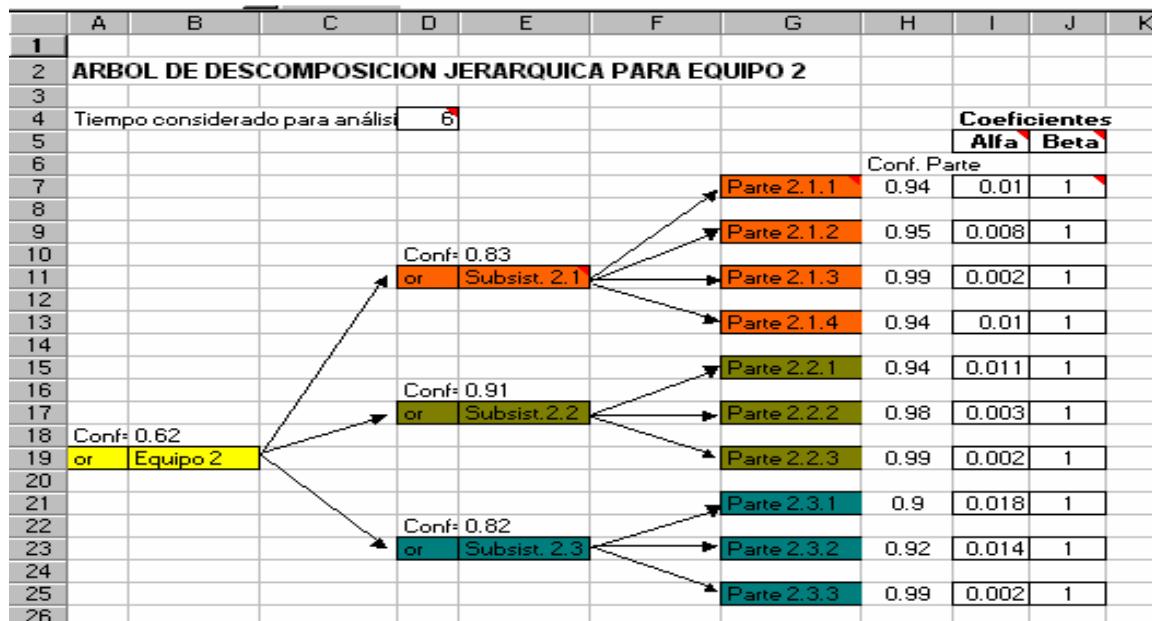


Fig. 2.7: Hoja para la descomposición jerárquica para el equipo 2.

Esta representación es similar para cada equipo y en cada descomposición se individualizan las interrelaciones entre subsistemas, descritos en la tabla 2.1, más las ecuaciones para el cálculo de la confiabilidad cada interrelación (Ec. 2.5, Ec. 2.7, Ec. 2.9) a medida que se agregan subsistemas, hasta completar el equipo.

La distribución de probabilidad para la confiabilidad (Ec. 2.26 y Ec. 2.28) de la descomposición jerárquica denominada parte se reúnen en una sola, y cuando en la planilla se explícita que el coeficiente  $\beta=1$  se indica que la parte tiene una distribución exponencial y en caso contrario se está en presencia de una distribución de probabilidades de Weibull.

El conjunto de equipos de la línea de producción se caracterizan en la siguiente hoja mostrada en la figura 2.8.

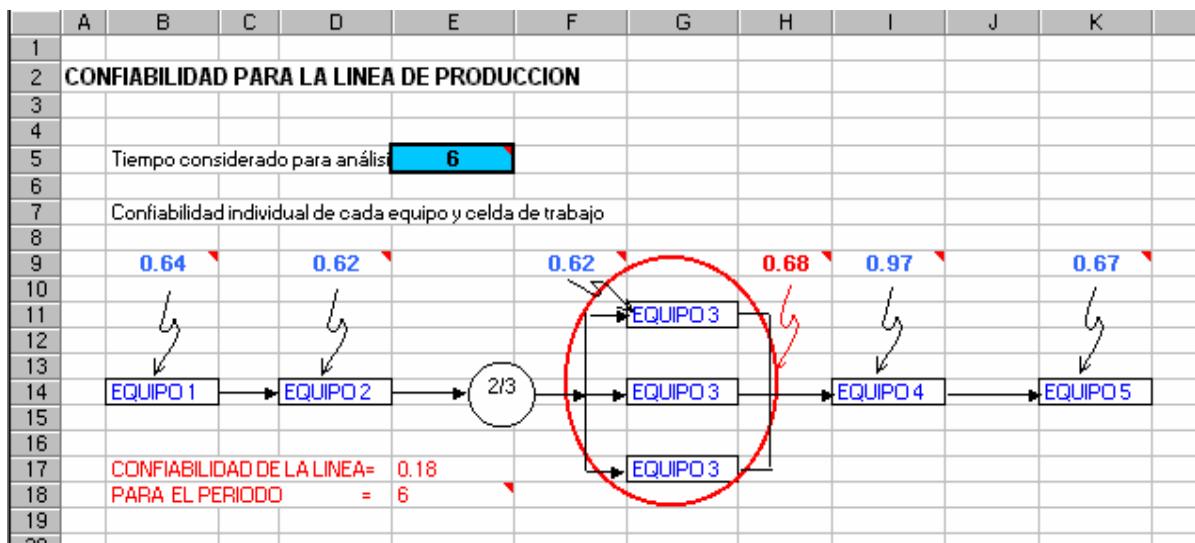


Fig. 2.8: Hoja para la línea de producción.

En la línea de producción hay una celda de trabajo compuesta por tres equipos iguales para los cuales la regla de funcionamiento (2/3) indica que se necesitan al menos dos de los tres equipos funcionando para entregar la producción definida como estándar. El cálculo de la confiabilidad de la celda de trabajo se determina según la ecuación 2.11 y para la línea en su totalidad según la ecuación 2.32. En la figura 2.8 se muestra el cálculo de confiabilidad para un tiempo de operación de seis períodos.

El análisis se centra en definir si conviene o no implementar mejores arquitecturas de los equipos de tal forma que la confiabilidad total de la línea de producción aumente. El aumento de la confiabilidad de la línea pasa por aumentar la confiabilidad del equipo que se considere menos confiable y para tal efecto hay que generar escenarios comparativos.

En la figura 2.9 se muestran dos situaciones para la distribución de confiabilidad para la misma línea. En el caso del escenario 1 (Conf.1) se estimó que el equipo 2 tenía una confiabilidad baja con respecto al resto de los componentes de la línea. Se simula en este caso la introducción de mejoramiento de la confiabilidad cambiando las partes 2.3.2 y 2.3.1 por otras con una menor tasa de fallas (conf.2).

23		Tiempo	Conf.1	Conf.2
24		0	1.00	1.00
25		1	0.79	0.81
26		2	0.60	0.65
27		3	0.43	0.47
28		4	0.30	0.35
29		5	0.22	0.26
30		6	0.14	0.18
31		7	0.09	0.12
32		8	0.06	0.08
33		9	0.04	0.05
34		10	0.03	0.04
35				
36				
37				
38	Máxima ganancia en confiabil. =		0.05	
39	en el período =			2
40				
41	Ganancia promedio de confiabilidad:			0.03
42				

Fig. 2.9: Distribuciones de confiabilidad para dos situaciones de análisis.

La nueva configuración del equipo 2 influye en la confiabilidad de la línea, pero este valor hay que contrastarlo con el costo de implementar estas mejoras y el beneficio esperado que se logrará. En la figura 2.10 se muestran las dos situaciones graficadas y la distribución ajustada para cada curva cuya expresión será de utilidad para el cálculo del beneficio esperado por la introducción de mejoras en los equipos.

La planilla electrónica tiene la facilidad de ajustar curvas a un conjunto de datos y mostrar además la bondad del ajuste. Esto es muy útil ya que permite medir el desplazamiento de la curva de confiabilidad (positivo o negativo), producto de las mejoras introducidas en el modelo de simulación, para un valor dado de confiabilidad que le interesa estudiar al administrador de la línea de producción. Este nivel se estima como bueno si está sobre el 85% ya que exige una confiabilidad alta a cada equipo y es un nivel que permite esperar un alto rendimiento del equipo.

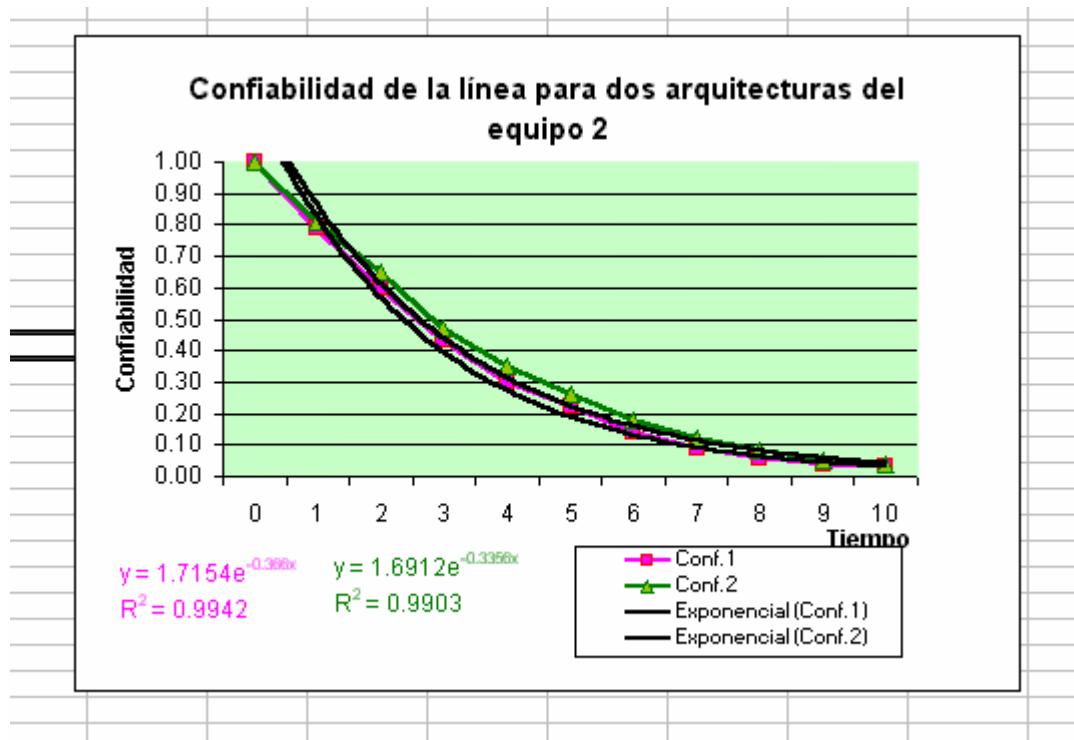


Fig. 2.10: Curva de confiabilidad para los dos escenarios de análisis.

Las curvas ajustadas que entrega la planilla electrónica son del tipo:

$$y = ae^{-bt} \quad (2.32)$$

de donde despejando el tiempo de cada ecuación para cada escenario se realiza la diferencia y se tiene la ecuación para determinar la variación del tiempo esperado de buen funcionamiento de la línea, para un valor dado de confiabilidad:

$$\Delta t = \frac{\ln Y - \ln a_2}{-b_2} - \frac{\ln Y - \ln a_1}{-b_1} \quad (2.33)$$

donde  $Y$  es el valor dado de la confiabilidad esperada de la línea y los subíndices 1 y 2 se refieren a cada escenario de estudio. Un ejemplo del cálculo se muestra en la figura 2.11.

Fig. 2.11: Cálculo de la variación de tiempo esperado de buen funcionamiento para dos escenarios de análisis.

En el cálculo del beneficio esperado se consideran los costos de reposiciones, de mano de obra y el costo de introducir un nuevo equipo en la línea de producción. El costo se especifica para cada parte de la descomposición jerárquica del equipo La planilla con los datos se muestra en la figura 2.12:

K	L	M	N	O	P	Q
<b>Costos repos.</b>		<b>Costo mano de obra</b>				
Actual	Prop.		\$/H.H unit	H.H actual	H.H prop.	
100	220		10	2	3	
100	100		10	3	3	
100	100		10	2	2	
100	100		10	3	3	
100	100		10	2	2	
100	100		10	3	3	
100	100		10	2	2	
100	220		10	3	3.5	
100	350		10	2	3	
100	100		10	3	3	
Total	1000	1490	Total		250	275

Fig. 2.12: Planilla de costos de repuestos y mano de obra.

El beneficio se plantea en base a la ganancia esperada por mayor producción al tener un equipo funcionando por más tiempo sin detenciones (en base a la diferencia de tiempo calculado en la ec. 2.33). El resultado final se muestra en la figura 2.13.

Fig. 2.13: Planilla para el cálculo del beneficio esperado.

**2.6. CONCLUSIÓN.** En este modelo donde hay que prestar mayor atención es en la descomposición jerárquica del equipo para esta refleje con un alto grado de certeza la arquitectura del equipo. Es importante ya que la finalidad de este estudio es plantearse escenarios de configuraciones de equipo y planta, y por tanto si no es adecuado el modelo conceptual puede llevar a resultados que no serán satisfactorios una vez que se implementen y se incurra en los gastos de adquisición y montaje.

Lo mostrado en los párrafos anteriores es un ejemplo de cómo se puede atacar este estudio, pero queda en manos del analista esquematizar su real estructura de costos y así tener una herramienta eficaz de apoyo a la decisión de introducir cambios en las facilidades de producción.

Un apoyo fundamental que se debe poseer es un sistema de información, en especial de las mantenciones de cada equipo para tener, especialmente, una tasa real de fallas de cada parte y un valor de los costos que se incurren en el mantenimiento.